

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

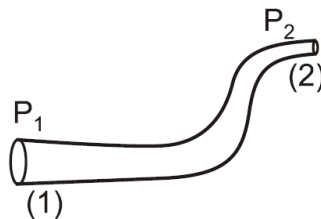
**A1.** Για την παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης πλάτους  $V$ , ένα πλαίσιο περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ . Αν διπλασιάσουμε την περίοδο περιστροφής του πλαισίου, διατηρώντας σταθερή την ένταση  $B$  του μαγνητικού πεδίου, τότε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης γίνεται ίσο με:

γ)  $\frac{V}{2}$

**A2.** Αν τροφοδοτήσουμε ένα σωληνοειδές με ρεύμα έντασης  $I$ , τότε στο μέσον του η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο  $B$ . Αν κόψουμε στη μέση το σωληνοειδές και τροφοδοτήσουμε το ένα κομμάτι του με ρεύμα ίδιας έντασης  $I$ , τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσον του κομματιού αυτού έχει μέτρο:

α)  $B$

**A3.** Ιδανικό ρευστό ρέει σε σωλήνα που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο. Στο **σχήμα 1** απεικονίζεται τμήμα του σωλήνα και το ιδανικό ρευστό ρέει από τη θέση (1) προς τη θέση (2). Για τις πιέσεις  $P_1$  και  $P_2$  στις δύο αυτές θέσεις του σωλήνα ισχύει ότι:



γ)  $P_1 > P_2$

**A4.** Κατά τη σύνθεση δύο απλών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας  $f$ , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, ισχύει ότι:

δ) το πλάτος και η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης εξαρτώνται από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά των επιμέρους ταλαντώσεων.

- A5. α) Σωστό  
 β) Λάθος  
 γ) Σωστό  
 δ) Σωστό  
 ε) Λάθος

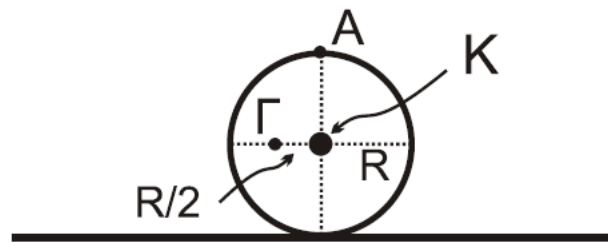
**ΘΕΜΑ Β**

B1. Τροχός ακτίνας  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου  $v_{cm}$ . Έστω  $A$  το ανώτερο σημείο της περιφέρειας του τροχού και  $\Gamma$  ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο και απέχει απόσταση  $\Gamma K = R/2$  από το κέντρο  $K$  του τροχού, όπως φαίνεται στο **σχήμα 2**.

Ο λόγος  $\frac{v_{\Gamma}}{v_A}$  των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων  $\Gamma$  και  $A$  είναι ίσος με

- i.  $\frac{1}{4}$                       ii.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       iii.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

- α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.  
 β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



**Σχήμα 2**

**Απάντηση**

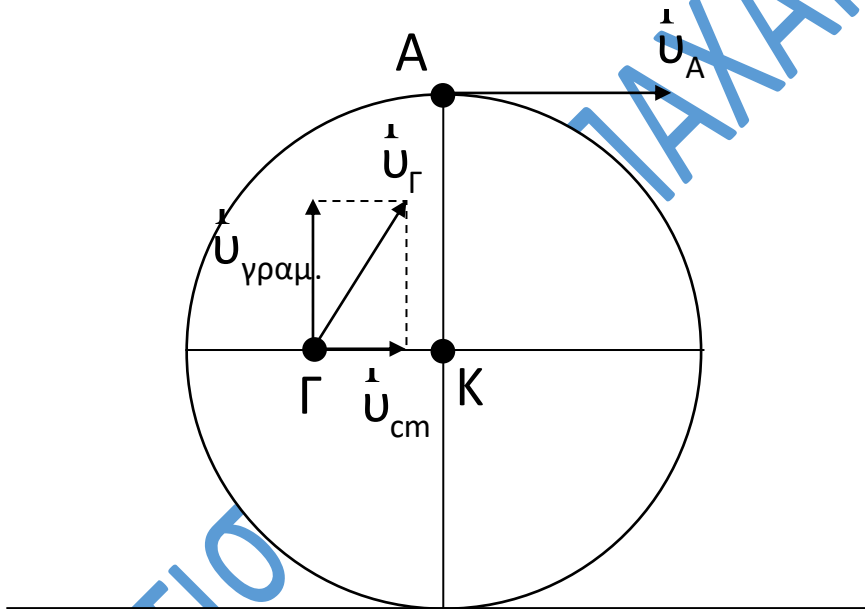
- α) Σωστή απάντηση είναι η (iii).  
 β) Ο τροχός κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει άρα το ανώτερο σημείο έχει ταχύτητα  $v_A = 2v_{cm}$ .

Το σημείο  $\Gamma$  έχει ταχύτητα:

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_\Gamma &= \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\alpha\mu.} \Rightarrow |\vec{v}_\Gamma| = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\gamma\alpha\mu.}^2} \\ |\vec{v}_{\gamma\alpha\mu.}| &= \frac{v_{cm}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\vec{v}_\Gamma| = \sqrt{v_{cm}^2 + \frac{v_{cm}^2}{4}} = \sqrt{\frac{5v_{cm}^2}{4}} \Rightarrow |\vec{v}_\Gamma| = \frac{\sqrt{5}v_{cm}}{2}.$$

$$\text{Άρα } \frac{|\vec{v}_\Gamma|}{|\vec{v}_A|} = \frac{\frac{\sqrt{5}v_{cm}}{2}}{2v_{cm}} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$$



## ΘΕΜΑ Β

- B2.** Μικρή σφαίρα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_1$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$  με  $m_1 < m_2$ . Κατά την κρούση αυτή, ποσοστό επί τοις εκατό (%) ίσο με  $\Pi_1$  της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $\Sigma_1$  μεταφέρεται ως κινητική ενέργεια στη σφαίρα  $\Sigma_2$ . Αν αντιστρέψουμε τη διαδικασία, δηλαδή αν η σφαίρα  $\Sigma_2$ , κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $v_2$ , συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_1$ , τότε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $\Sigma_2$ , που μεταφέρεται στη σφαίρα  $\Sigma_1$ , ισούται με  $\Pi_2$ . Για τα ποσοστά  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  ισχύει:

- i.  $\Pi_1 < \Pi_2$                       ii.  $\Pi_1 = \Pi_2$                       iii.  $\Pi_1 > \Pi_2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Απάντηση**

α) Σωστή απάντηση είναι η (ii).

β) Σύμφωνα με τη θεωρία του σχολικού βιβλίου κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων Α και Β όπου το Α κινείται με ταχύτητα  $v_A$  και το Β είναι ακίνητο τότε ισχύουν:

$$v'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A \quad \text{και} \quad v'_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_A$$

$v'_A, v'_B$  οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

Υπολογισμός ποσοστού  $\Pi_1$ :

$$m_A = m_1, v_A = v_1, m_B = m_2, v_B = 0$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$\Pi_1 = \frac{K'_2 - K_2}{K_1} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% = \frac{m_2 \left( \frac{v_2'}{v_1} \right)^2}{m_1} 100\% = \frac{m_2 \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right)^2}{m_1} 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1 = \frac{4m_1^2 m_2}{m_1 (m_1 + m_2)^2} 100\% = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$$

Υπολογισμός ποσοστού  $\Pi_2$ :

$$m_A = m_2, v_A = v_2, m_B = m_1, v_B = 0$$

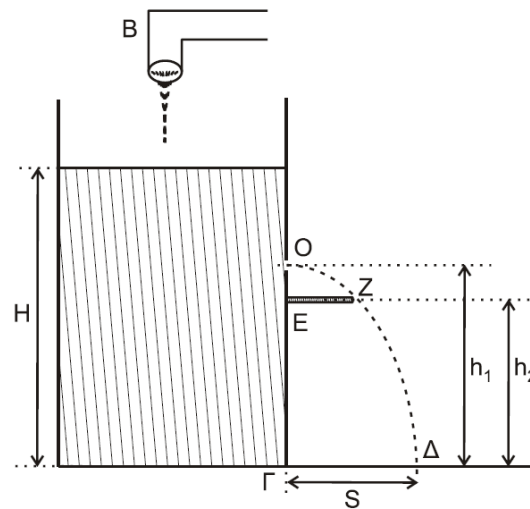
$$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$\Pi_2 = \frac{K'_1 - K_1}{K_2} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} 100\% = \frac{m_1 \left( \frac{v_1'}{v_2} \right)^2}{m_2} 100\% = \frac{m_1 \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right)^2}{m_2} 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_2 = \frac{m_1}{m_2} \frac{4m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} 100\% = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$$

Άρα  $\Pi_1 = \Pi_2$ .

**B3.** Στο **σχήμα3**, στο ανοιχτό δοχείο μεγάλου όγκου με κατακόρυφα τοιχώματα, πέφτει συνέχεια νερό, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό, από μια βρύση Β σταθερής παροχής  $\Pi$ . Το δοχείο βρίσκεται σε οριζόντιο έδαφος και δε μπορεί να γεμίσει, γιατί εξέρχεται νερό από μια οπή Ο, που βρίσκεται σε ένα από τα κατακόρυφα τοιχώματα του δοχείου. Η οπή βρίσκεται σε ύψος  $h$ , από τη βάση του δοχείου, και το εμβαδόν διατομής της Α είναι πολύ μικρότερο από το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας του νερού.



Σχήμα 3

Η ελεύθερη επιφάνεια του νερού σταθεροποιείται σε ύψος  $H$  από τη βάση του δοχείου. Η λεπτή φλέβα νερού που εξέρχεται από την οπή πέφτει στο οριζόντιο έδαφος σε σημείο  $\Delta$ , το οποίο απέχει οριζόντια απόσταση  $(\Gamma\Delta) = S$  από τη βάση του δοχείου. Σε σημείο  $E$  του ίδιου κατακόρυφου τοιχώματος με την οπή, και την ίδια κατακόρυφο, έχουμε στηρίξει λεπτή οριζόντια ράβδο  $EZ$  μήκους  $(EZ) = S/2$ . Το σημείο  $E$  βρίσκεται σε ύψος  $h_2 = \frac{21H}{32}$ .

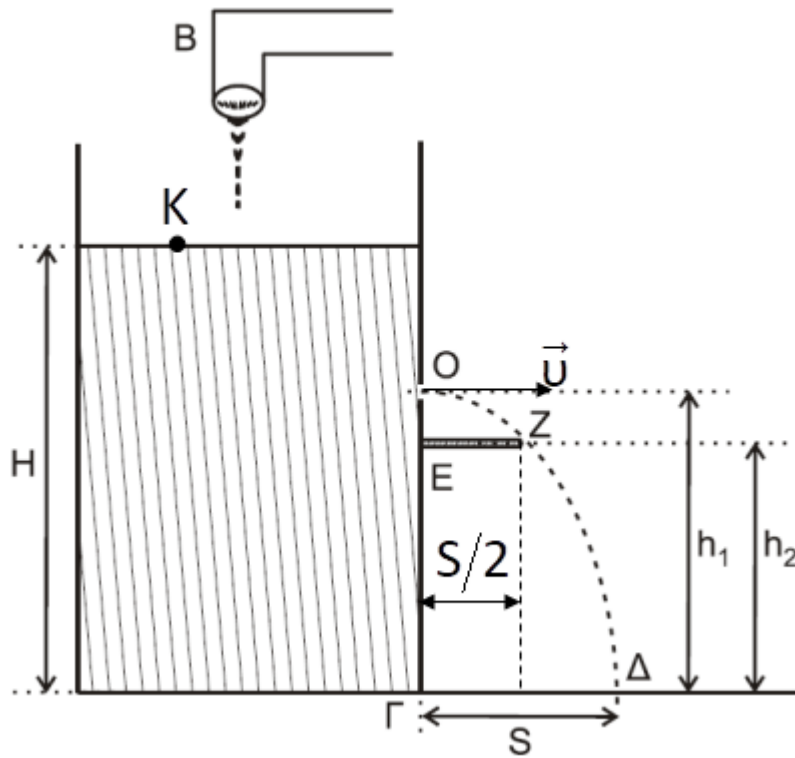
Αν η λεπτή φλέβα του νερού διέρχεται οριακά από το άκρο  $Z$  της ράβδου.

i.  $\Pi = \frac{A}{2}\sqrt{gH}$       ii.  $\Pi = 2A\sqrt{gH}$       iii.  $\Pi = A\sqrt{2gH}$

- α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.  
 β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Απάντηση**

- α) Σωστή απάντηση είναι η (i).  
 β)



$$\rho_K = \rho_O = \rho_{\text{ατμ}}$$

Επειδή το εμβαδό της σπής είναι πολύ μικρότερο από το εμβαδό της ελεύθερης επιφάνειας  $v_K = 0$ .

Άρα ισχύει το θεώρημα του Torricelli οπότε:

$$v = \sqrt{2g(H - h_1)} \quad (1)$$

Από την οριζόντια βολή της φλέβας από το  $O \rightarrow \Delta$ .

$$\left. \begin{array}{l} S = vt_1 \\ h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \end{array} \right\} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} S = \sqrt{2g(H - h_1)} \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \Rightarrow S = 2\sqrt{(H - h_1)h_1} \quad (2)$$

Από την οριζόντια βολή της φλέβας από το  $O \rightarrow Z$ :

$$\left. \begin{array}{l} S = vt_2 \\ h_1 - h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \end{array} \right\} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{S}{2} = \sqrt{2g(H - h_1)} \cdot \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \Rightarrow S = 4\sqrt{(H - h_1)(h_1 - h_2)} \quad (3)$$

Άρα από (2) και (3)

$$2\sqrt{(H - h_1)h_1} = 4\sqrt{(H - h_1)(h_1 - h_2)} \Rightarrow$$

$$h_1 = 4(h_1 - h_2) \Rightarrow 4h_2 = 3h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{4h_2}{3} \Rightarrow$$

$$h_1 = \frac{4 \frac{21H}{32}}{3} = \frac{21H}{24}.$$

$$\text{Άρα } v = \sqrt{2g(H - h_1)} = \sqrt{2g\left(H - \frac{21H}{24}\right)} = \sqrt{2g \frac{3H}{24}} = \frac{\sqrt{gH}}{2}.$$

Η παροχή της βρύσης είναι ίδια με την παροχή της οπής, άρα:

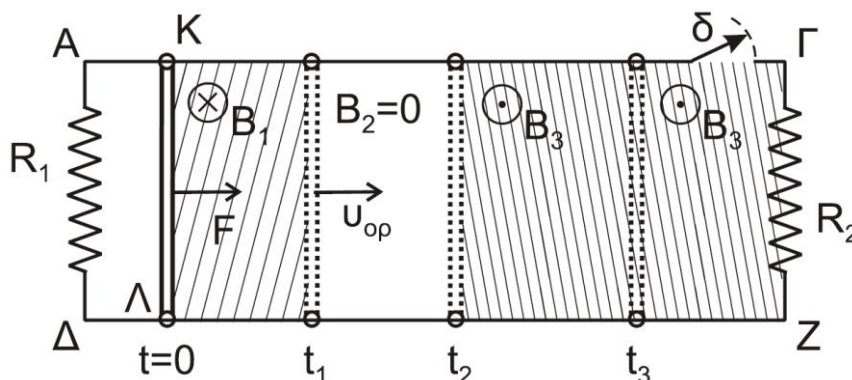
$$\Pi = A \cdot v = \frac{A\sqrt{gH}}{2}.$$

### ΘΕΜΑ Γ

Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί ΑΓ και ΔΖ μεγάλου μήκους και μηδενικής αντίστασης απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $L = 1m$ . Τα άκρα Α και Δ συνδέονται με αγωγό αντίστασης  $R_1 = 2\Omega$  και τα άκρα Γ και Ζ με αγωγό αντίστασης  $R_2 = 2\Omega$ . Ο αγωγός ΑΓ έχει λίγο πριν το τέλος του ανοιχτό διακόπτη δ, όπως φαίνεται στο **σχήμα 4**. Ένας άλλος αγωγός ΚΛ, με μήκος  $ΚΛ = 1m$  έχει αντίσταση  $R_{ΚΛ} = 3\Omega$  και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές, μένοντας κάθετος και σε επαφή στα σημεία Κ και Λ με τους οριζόντιους αγωγούς ΑΓ και ΔΖ.

Ο αγωγός ΚΛ αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως  $t = 0$ , ασκούμε στο μέσο του αγωγού ΚΛ σταθερή δύναμη μέτρου  $F = 0,8N$  η οποία είναι κάθετη στον αγωγό και η διεύθυνση της ανήκει στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί ΑΓ και ΔΖ. Ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_1 = 1T$ , που είναι κάθετο στο επίπεδο των αγωγών ΑΓ και ΔΖ με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Την χρονική στιγμή  $t_1$  ο αγωγός ΚΛ, έχοντας αποκτήσει σταθερή οριακή ταχύτητα  $v_{op}$  εξέρχεται από την περιοχή, όπου η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι  $B_2 = 0$  όπως φαίνεται στο σχήμα.



**Γ1.** Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t=0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  (μονάδες 3) και να υπολογίσετε τη σταθερή οριακή ταχύτητα  $v_{op}$  (μονάδες 3).

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  καταργούμε τη δύναμη  $F$  και τη χρονική στιγμή  $t_2$  ο αγωγός ΚΛ εισέρχεται σε περιοχή όπου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_3$ , ίδιου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης με την ένταση  $B_1$ .

**Γ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο και να προσδιορίσετε τη φορά της εξωτερικής  $F'$  που πρέπει να ασκήσουμε στο μέσον του αγωγού ΚΛ, κάθετα σε αυτόν και της οποίας η διεύθυνση ανήκει στο επίπεδο των αγωγών, ώστε ο αγωγός να συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_{op}$ .

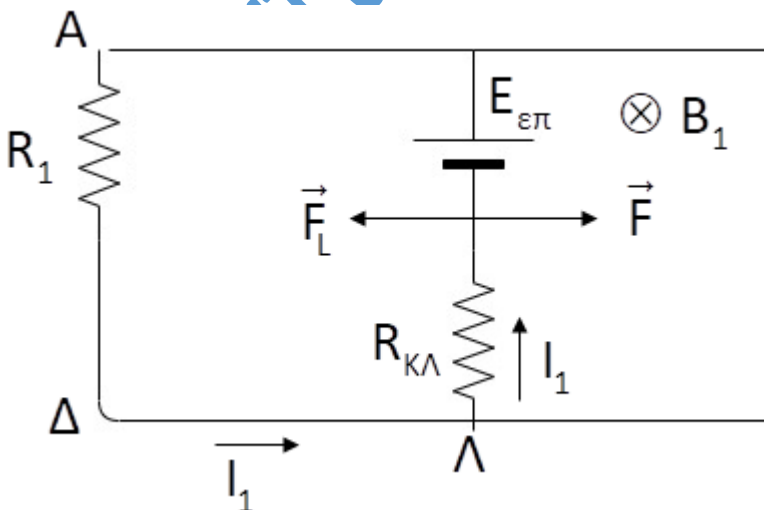
**Γ3.** Να υπολογίσετε τη θερμότητα  $Q$ , που εκλύεται στους αγωγούς του κυκλώματος από τη χρονική στιγμή  $t_2$  μέχρι μια άλλη χρονική στιγμή  $t_3$  αν το επαγωγικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού ΚΛ στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα  $(t_2 - t_3)$  είναι  $q_{επ} = 0,2 \text{ C}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_3$  κλείνουμε το διακόπτη  $\delta$  και ο αγωγός ΚΛ με την επίδραση της εξωτερικής δύναμης  $F'$ , συνεχίζει την κίνηση του στην περιοχή όπου υπάρχει το ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_3$  και τελικά αποκτά νέα οριακή ταχύτητα.

**Γ4.** Να υπολογίσετε τη νέα οριακή ταχύτητα  $v'_{op}$ , που αποκτά ο αγωγός (μονάδες 3), καθώς και την τάση  $V_{κλ}$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ (μονάδες 2) και τις εντάσεις των ρευμάτων, που διαρρέουν τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  (μονάδες 2), όταν αυτός κινείται με τη νέα του οριακή ταχύτητα.

**Απάντηση**

**Γ1.**





$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B_1 \frac{\Delta S}{\Delta t} = B_1 L \frac{\Delta x}{\Delta t} = B_1 L v$$

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\sigma\lambda}} = \frac{B_1 L v}{R_{\kappa\lambda} + R_1} \quad (1) \text{ αυξάνεται}$$

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow F - F_L = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F - B_1 I L}{m} \quad (2) \text{ μειώνεται}$$

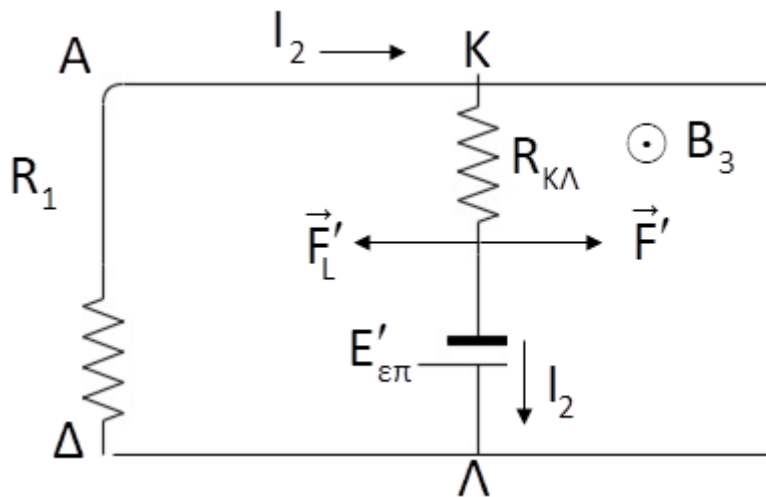
Η κίνηση του αγωγού είναι επιταχυνόμενη με το ρυθμό αύξησης της ταχύτητας (επιτάχυνση) να μειώνεται.

$$v = v_{op} \text{ όταν } \alpha = 0$$

$$F - B_1 I_1 L = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{F}{B_1 L} = \frac{0,8}{1} = 0,8 \text{ A}$$

$$(1): \quad v_{op} = \frac{I_1 (R_{\kappa\lambda} + R_1)}{B_1 L} = \frac{0,8 \cdot 5}{1 \cdot 1} = 4 \text{ m/s}.$$

Γ2.



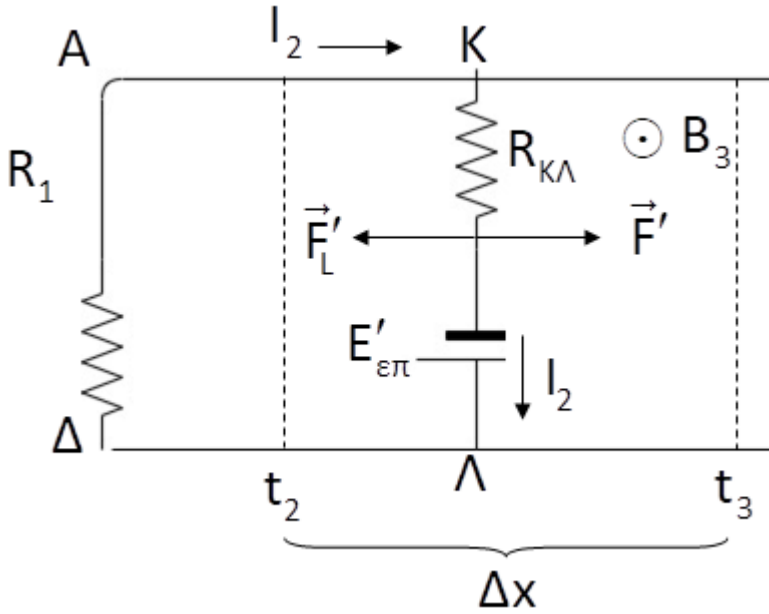
Η δύναμη Laplace πρέπει να αντιστέκεται στην αιτία που την προκαλεί, άρα έχει ίδια φορά.

Για να διατηρηθεί η φορά της  $F_L$  πρέπει να αντιστραφεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, αφού αντιστρέφεται η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F' = F_L' \Rightarrow F' = B_3 I_2 L = B_1 I_1 L = 0,8 \text{ N}.$$

Γ3.



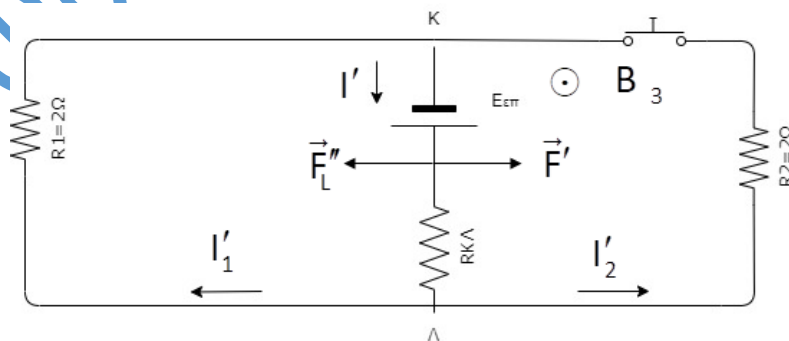
$$q_{επ} = \frac{\Delta\Phi}{R_{κλ} + R_1} \Rightarrow q_{επ} (R_{κλ} + R_1) = B_3 L \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{q_{επ} (R_{κλ} + R_1)}{B_3 L} = 1m$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{op}} = \frac{1}{4} = 0,24s$$

$$Q_{\theta} = I_{επ}^2 (R_{κλ} + R_1) \Delta t = \frac{64}{100} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{80}{100} = 0,8J$$

$$\eta \quad Q_{\theta} = |W_{f_1}| = F_1 \Delta x = 0,8J.$$

Γ4.



$$I' = \frac{B_3 L v}{R_{ολ}} \quad (3)$$

$$R_{ολ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_{κλ} = 1 + 3 = 4 \Omega$$

$$\Sigma F = m \alpha' \Rightarrow F' - F_L'' = m \alpha' \Rightarrow \alpha' = \frac{F' - F_L''}{m} \quad (4)$$

$v = v'_{op}$  όταν  $\alpha' = 0$  δηλαδή

$$F' = B_3 I' L \Rightarrow I' = \frac{F'}{B_3 L} = \frac{0,8}{1 \cdot 1} = 0,8 A.$$

$$(3): \quad v'_{op} = \frac{I' R_{ολ}}{B_3 L} = \frac{0,8 \cdot 4}{1} = 3,2 m/s$$

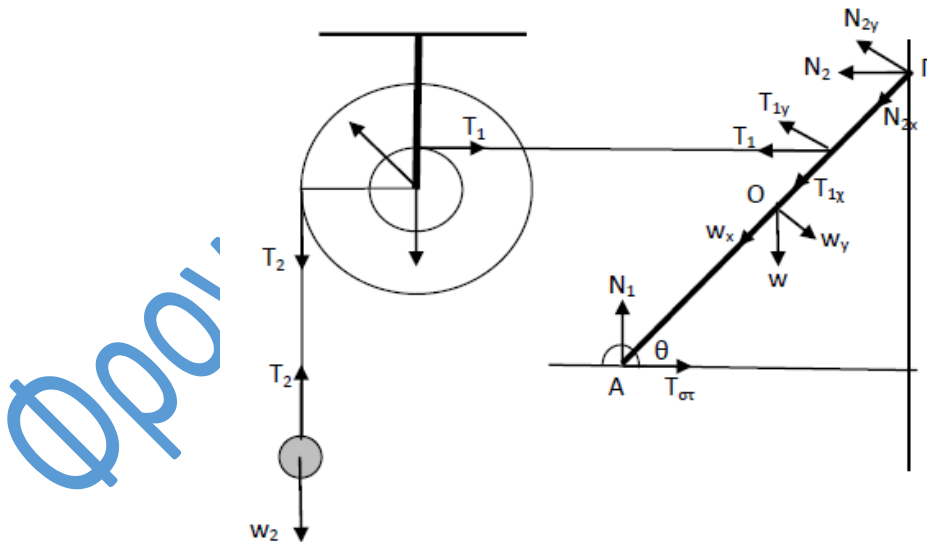
$$V_{\Lambda\kappa} = E_{επ} - I' R_{κλ} = B_3 v'_{op} L - I' R_{κλ} = 3,2 - 0,8 \cdot 3 = 3,2 - 2,44 = 0,8 V$$

άρα  $V_{κλ} = -0,8 V$

$$I'_1 = \frac{V_{κλ}}{R_1} = 0,4 A, \quad I'_2 = \frac{V_{κλ}}{R_2} = 0,4 A$$

ΘΕΜΑ Δ.

Δ1.



Το στερεό στροφικά ισορροπεί άρα ως προς το κέντρο της ισχύει:

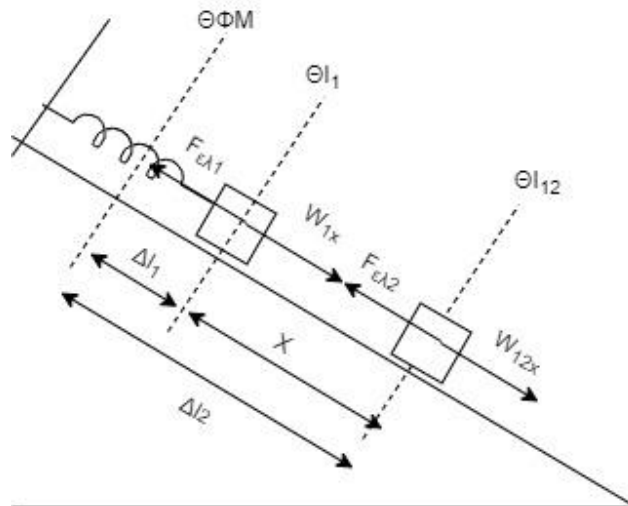
$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_3 \cdot r - T_4 \cdot R = 0 \Rightarrow T_3 \cdot r = T_4 \cdot R \Rightarrow T_3 = 2T_4.$$

Το σώμα  $m_2$  ισορροπεί άρα  $T_2 = m_2g$  και επειδή τα νήματα είναι αβαρή,  $T_4 = m_2g$  όπως και  $T_3 = T_1$ . Έτσι τελικά έχουμε  $T_1 = m_2g = 60\text{N}$ .

Από στροφική ισορροπία ράβδου ως προς το σημείο περιστροφής το (Α) έχουμε

$$\begin{aligned} \Sigma\tau_{(A)} = 0 &\Rightarrow -M \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 45^\circ + T_1 \left( \frac{1}{2} + d \right) \eta\mu 45^\circ + N_r \cdot 1 \cdot \eta\mu 45^\circ = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow N_r \cdot 1 = \frac{M \cdot g \cdot 1}{2} - T_1 \left( \frac{1}{2} + d \right) \Rightarrow N_r \cdot 1 = \frac{M \cdot g \cdot 1}{2} - T_1 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow N_r \cdot \gamma' = \frac{M \cdot g \cdot \gamma'}{2} - T_1 \frac{2\gamma'}{3} \Rightarrow N_r = 50 - \frac{60 \cdot 2}{3} = \boxed{10\text{N}} \end{aligned}$$

**Δ2.**



Πριν την κρούση το  $m_1$  ισορροπεί σε θέση παραμόρφωσης  $\Delta l_1$  του ελατηρίου

για την οποία ισχύει:  $K \cdot \Delta l_1 = m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\phi \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\phi}{K} = \frac{5}{100} = 0,05\text{ m}$

Αμέσως μετά την κρούση έχουμε  $m_1 + m_2$  να κάνει ΑΑΤ με νέα θέση ισορροπίας που όμοια προκύπτει πως η παραμόρφωση του ελατηρίου εκεί είναι:

$$\Delta l_2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta\mu\phi}{K} = 0,2\text{ m}$$

Εφαρμόζοντας διατήρηση μηχανικής ενέργειας ταλάντωσης έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot U_K^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 \cdot (0,15)^2 + 4 \cdot \frac{9 \cdot 3}{16} = 100A^2 \Rightarrow 2,25 + \frac{27}{4} = 100A^2 \Rightarrow 9 = 100A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{9}{100} \Rightarrow A = 0,3 \text{ m.}$$

**Δ3.** Τη στιγμή  $t = 0$  το σώμα είναι σε αρνητική θέση και έχει ταχύτητα θετική καθώς κινείται προς το  $\Lambda$  ( $u > 0$ )

$x = -(\Delta l_2 - \Delta l_1) = -0,15 \text{ m}$  και  $u > 0$  άρα υπάρχει  $\phi_0$ . Δηλαδή:

$$\left. \begin{array}{l} x = -\frac{3}{20} = -0,15 \text{ m} \\ \text{Για } t=0: x = A \eta \mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow A = 0,3 \text{ m} \end{array} \right\} -0,15 = 0,3 \eta \mu \phi_0$$

$$\eta \mu \phi_0 = -\frac{1}{2} = \eta \mu \frac{7\pi}{6} \left\{ \begin{array}{l} \phi_0 = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \\ \phi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{7\pi}{6} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{για } k=0 \Rightarrow \phi_0 = \frac{7\pi}{6} \text{ rad} \\ \text{για } k=1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{11\pi}{6} \text{ rad} \end{array} \right.$$

Επιπλέον για  $t=0$  ( $u > 0$ )

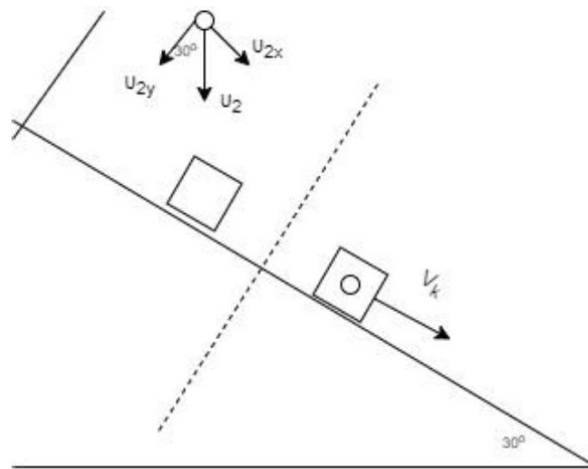
$$u = u_{\max} \sigma \nu \nu(\omega t + \phi_0) > 0 \quad \text{άρα} \quad u_{\max} \sigma \nu \nu(\phi_0) > 0$$

$$\text{Δηλαδή} \quad \sigma \nu \nu(\phi_0) > 0 \quad \text{επομένως} \quad \phi_0 = \frac{11\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5 \text{ rad/s}$$

$$x = 0,3 \eta \mu \left( 5t + \frac{11\pi}{6} \right) \text{ S.I.}$$

Δ4.



Εφαρμογή ΑΔΟ στον άξονα  $x'x$  τον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο:

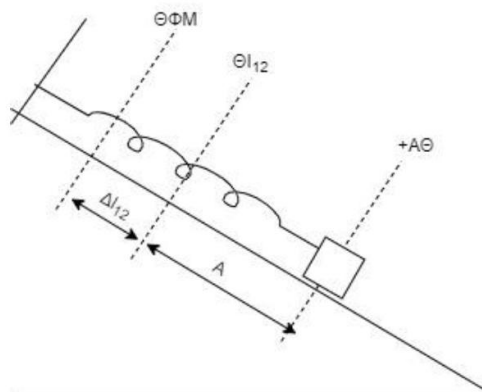
$$m_2 \cdot v_2 \cdot \eta\mu\phi = (m_1 + m_2) v_{\text{κοινή}} \Rightarrow v_2 = \frac{(m_1 + m_2) v_{\text{κοινή}}}{m_2 \cdot \eta\mu\phi}$$

$$= \frac{4 \cdot 3 \sqrt{3}}{4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}} = \boxed{2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Από αρχή διατήρησης ενέργειας για την πτώση του  $m_2$  έχουμε:

$$m_2 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4 \cdot 3}{20} = \boxed{0,6 \text{ m}}$$

Δ5.



$$\frac{|F_{\text{ελ}_{\text{max}}}|}{|F_{\text{επιαν}}|} = \frac{k \cdot (\Delta l_2 + A)}{k \cdot A} = \frac{0,5}{0,3} = \boxed{\frac{5}{3}}$$